EXERCICE N° 1

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4+U_n}{5-U_n} \end{cases} \quad , n \geq 0$

1) Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que la suite (U_n) n'est pas arithmétique

2) On admet que pour tout $n \in IN$ on a $-1 \leq U_n < 2$.
Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $U_{n+1} - U_n \geq 0$

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = \frac{1+U_n}{2-U_n}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

4) Pour tout $n \in IN^*$, on pose : $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_k$

a) Exprimer S_n en fonction de n .

b) Déterminer n pour que $S_n = 120$.

EXERCICE N°2

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$.

1) Calculer les termes u_1 et u_2.

2) La suite (u_n) est-elle arithmétique ?

3) On admet que, pour tout n, u_n n'est pas nul. On pose $v_n = 1 + \frac{2}{u_n}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.

b) Pour tout $n \in IN^*$, on pose : $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{2}{U_k}$

Exprimer S_n en fonction de n.

EXERCICE N°3

Soient deux cercles ζ et ζ' sécants en A et B, de même rayon et de centres respectifs O et O'

1) Soit $A' = t_{\overrightarrow{OO'}}(A)$. Montrer que les points B , O' et A' sont alignés

2) La droite Δ passant par A' et parallèle à (AB) recoupe le cercle ζ' en B'
Montrer que $B' = t_{\overrightarrow{OO'}}(B)$

3) La droite (AO) recoupe ζ en E. Montrer que $B' = t_{\overrightarrow{2OO'}}(E)$

4) Une droite passant par A et distincte de (AO) recoupe ζ en C et ζ' en C'

Montrer que $t_{\overrightarrow{2OO'}}\big((EC)\big) = (B'C')$